

98-84397-9

Walras, Léon

Théorie mathématique du  
bimétallisme

Paris

1881

98-84397-9

MASTER NEGATIVE #

COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES  
PRESERVATION DIVISION

## BIBLIOGRAPHIC MICROFORM TARGET

ORIGINAL MATERIAL AS FILMED - EXISTING BIBLIOGRAPHIC RECORD

332.42

Z

v.3

Walras, Léon, 1834-1910.

Théorie mathématique du bimétallisme. Paris,  
Guillaumin, 1881.

16 p. diagrs. 25 cm.

Extraits du Journal des économistes de décembre 1876 et mai 1881.

No. 7 of volume of pamphlets.

RESTRICTIONS ON USE: Reproductions may not be made without permission from Columbia University Libraries.

## TECHNICAL MICROFORM DATA

FILM SIZE: 35mm

REDUCTION RATIO: 12:1

IMAGE PLACEMENT: IA ☒ IIA IB IIB

DATE FILMED: 4-8-98

INITIALS: FB

TRACKING #: 32153

FILMED BY PRESERVATION RESOURCES, BETHLEHEM, PA.

## BIBLIOGRAPHIC IRREGULARITIES

MAIN ENTRY: Walras, Léon

Théorie mathématique du bimétallisme

### Bibliographic Irregularities in the Original Document:

List all volumes and pages affected; include name of institution if filming borrowed text.

\_\_\_\_ Page(s) missing/not available: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_ Volume(s) missing/not available: \_\_\_\_\_

☒ Illegible and/or damaged page(s): back cover

\_\_\_\_ Page(s) or volume(s) misnumbered: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_ Bound out of sequence: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_ Page(s) or volume(s) filmed from copy borrowed from: \_\_\_\_\_

☒ unnumbered foldout following page 16  
Other: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_ Inserted material: \_\_\_\_\_

TRACKING#: MSH32153



No. 7  
LIBRARY OF  
THE REFORM CLUB  
SOUND CURRENCY COMMITTEE,  
62 William St., New York.

## THÉORIE MATHÉMATIQUE

DU

332.42  
Z  
v.3

# BIMÉTALLISME

PAR

Léon WALRAS

Professeur d'Economie politique à l'Académie de Lausanne.

---

(Extraits du JOURNAL DES ÉCONOMISTES de Décembre 1876 et Mai 1881)

---

PARIS

LIBRAIRIE DE GUILLAUMIN ET C<sup>o</sup>, ÉDITEURS

de la Collection des principaux Economistes, des Economistes et Publicistes  
contemporains, de la Bibliothèque des sciences morales et politiques,  
du Dictionnaire de l'Economie politique,  
du Dictionnaire universel du Commerce et de la Navigation, etc.

14, RUE RICHELIEU, 14

—  
1881

LIBRARY OF  
THE REFORM CLUB  
SOUND CURRENCY COMMITTEE,  
52 William St., New York.

THÉORIE MATHÉMATIQUE

DU

# BIMÉTALLISME

PAR

Léon WALRAS

Professeur d'Economie politique à l'Académie de Lausanne.

---

(Extraits du JOURNAL DES ÉCONOMISTES de Décembre 1876 et Mai 1881)

---

PARIS

LIBRAIRIE DE GUILLAUMIN ET C<sup>e</sup>, ÉDITEURS  
de la Collection des principaux Economistes, des Economistes et Publicistes  
contemporains, de la Bibliothèque des sciences morales et politiques,  
du Dictionnaire de l'Economie politique,  
du Dictionnaire universel du Commerce et de la Navigation, etc.  
14, RUE RICHELIEU, 14

—  
1881

NOTE SUR LE 15 1/2 LÉGAL <sup>1</sup>

J'ai reçu la dernière brochure de M. Henri Cernuschi : *Silver vindicated (L'argent réhabilité)*, reproduite dans le *Journal des Économistes* de ce mois sous ce titre : *Remèdes à la crise de l'argent. Le bimétallisme et le 15 1/2 unicersel*; je l'ai lue avec attention, comme les précédentes que l'auteur m'a fait l'honneur de m'envoyer, et je suis de plus en plus frappé de voir combien, faute d'appliquer à l'étude de faits essentiellement quantitatifs la seule méthode qui convienne, on laisse obscurs et incertains, dans ces questions, des points fondamentaux qu'il serait possible d'éclaircir avec une rigueur mathématique.

Dans la 30<sup>e</sup> leçon de mes *Éléments d'économie politique pure*, intitulée : *Problème de la valeur de la monnaie*, j'ai montré que, si on emploie une seule marchandise (A) comme monnaie, il y a tout justement (pour déterminer les 3 inconnus qui sont :

1<sup>o</sup> La quantité de (A) demeurée marchandise;

2<sup>o</sup> La quantité de (A) devenue monnaie;

3<sup>o</sup> Le prix commun de (A) marchandise et de (A) monnaie en une autre marchandise quelconque), 3 équations exprimant :

1<sup>o</sup> Que la somme des quantités de (A) marchandise et de (A) monnaie est égale à la quantité totale de (A);

2<sup>o</sup> Comment le prix de (A) marchandise résulte de la quantité de (A) marchandise;

3<sup>o</sup> Comment le prix de (A) monnaie résulte de la quantité de (A) monnaie.

Je ferais voir aussi bien, et tout homme un tant soit peu économiste et mathématicien reconnaitra par lui-même en procédant comme je l'ai fait, que, si on emploie concurremment deux marchandises (A) et (O) comme monnaie, il n'y aura plus (pour déterminer les 6 inconnues qui seront :

1<sup>o</sup> La quantité de (A) marchandise;

2<sup>o</sup> La quantité de (A) monnaie;

3<sup>o</sup> La quantité de (O) marchandise;

4<sup>o</sup> La quantité de (O) monnaie;

5<sup>o</sup> Le prix de (A) marchandise et monnaie;

6<sup>o</sup> Le prix de (O) marchandise et monnaie), que 5 équations exprimant :

<sup>1</sup> Extrait du *Journal des Economistes*, n<sup>o</sup> de décembre 1870.

1° Que la somme des quantités de (A) marchandise et de (A) monnaie est égale à la quantité totale de (A);

2° Que la somme des quantités de (O) marchandise et de (O) monnaie est égale à la quantité totale de (O);

3° Comment le prix de (A) marchandise résulte de la quantité de (A) marchandise;

4° Comment le prix de (O) marchandise résulte de la quantité de (O) marchandise;

5° Comment les prix de (A) monnaie et de (O) monnaie résultent ensemble des quantités de (A) monnaie et de (O) monnaie.

Si on employait concurremment 3 marchandises comme monnaie, il n'y aurait que 7 équations pour déterminer 9 inconnues.

Si on employait 4 marchandises, il n'y aurait que 9 équations pour déterminer 12 inconnues... Et ainsi de suite.

Ainsi, dans le cas de l'étalon unique, le problème est complètement déterminé et se résout de lui-même, sur le marché, par le mécanisme de la libre concurrence. Le législateur n'a rien à faire qu'à désigner la marchandise monnaie (A), qu'à laisser transformer de la monnaie en marchandise quand la valeur de (A) marchandise est supérieure à la valeur de (A) monnaie, et qu'à transformer lui-même, comme on vient l'en prier, de la marchandise en monnaie dès que la valeur de (A) monnaie est supérieure à la valeur de (A) marchandise.

Au contraire, dans le cas du double étalon, le problème est incomplètement déterminé, et le législateur peut intervenir pour déterminer arbitrairement une des 6 inconnues, ou pour introduire d'une manière ou d'une autre une sixième équation. Par exemple, il peut déterminer arbitrairement la quantité de (A) monnaie, ou la quantité de (O) monnaie, ou le rapport de la première quantité à la seconde. Ou bien, il peut déterminer arbitrairement le prix de (A) monnaie, ou le prix de (O) monnaie, ou le rapport du premier prix au second. S'il fait porter la détermination arbitraire sur la quantité, la valeur se déterminera d'elle-même sur le marché. S'il la fait porter sur la valeur, ce sera la quantité qui se déterminera d'elle-même par le mécanisme de la libre concurrence.

Supposons qu'on ait pris le dernier parti en fixant légalement à  $15 \frac{1}{2}$ , comme le demande M. Cernuschi, le rapport de la valeur de la monnaie d'or à la valeur de la monnaie d'argent, voici comment les quantités respectives d'or et d'argent monnayé ou non monnayé s'établiront en conséquence. Lorsque le chiffre de  $15 \frac{1}{2}$  sera supérieur au rapport de la valeur de l'or marchandise à la valeur de l'argent marchandise, non-seulement tout l'or extrait des mines sera monnayé, mais, de plus, une partie de l'or marchandise sera

transformée en or monnaie, tandis qu'en même temps, non-seulement tout l'argent extrait des mines sera employé en bijoux et ustensiles, mais qu'en outre, une partie de l'argent monnaie sera transformée en argent marchandise. Ainsi, la quantité de la monnaie d'or augmentera; celle de la monnaie d'argent diminuera. La quantité de la marchandise or diminuera; celle de la marchandise argent augmentera; et cela, jusqu'à ce que le rapport de la valeur de l'or marchandise à la valeur de l'argent marchandise soit remonté à  $15 \frac{1}{2}$ . Lorsque le chiffre de  $15 \frac{1}{2}$  sera inférieur au rapport de la valeur de l'or marchandise à la valeur de l'argent marchandise, les phénomènes inverses auront lieu. La quantité de la monnaie d'or diminuera; celle de la monnaie d'argent augmentera. La quantité de la marchandise or augmentera; celle de la marchandise argent diminuera; et cela, jusqu'à ce que le rapport de la valeur de l'or marchandise à la valeur de l'argent marchandise soit redescendu à  $15 \frac{1}{2}$ .

De ces explications il résulte que les adversaires de M. Cernuschi se trompent s'ils affirment d'une manière absolue que « promettre l'irrévocabilité du  $15 \frac{1}{2}$ , c'est promettre l'impossible. » Cette irrévocabilité est possible dans certaines limites, sans atteinte à la libre concurrence. Mais il en résulte aussi que M. Cernuschi lui-même est jusqu'à un certain point dans l'erreur s'il se figure que le rapport de  $15 \frac{1}{2}$ , étant fixé comme rapport légal de la valeur de l'or monnaie à la valeur de l'argent monnaie, le serait par cela seul, immédiatement et à toujours, comme rapport naturel de la valeur de l'or marchandise à la valeur de l'argent marchandise, ainsi qu'on pourrait l'inférer notamment des deux dernières pages de sa brochure <sup>1</sup>. Une marchandise seule peut être monnaie; pour devenir monnaie, elle n'en demeure pas moins marchandise, et n'en a pas moins, comme telle, un prix déterminé par la loi de l'offre et de la demande. Ce prix peut être, exceptionnellement et momentanément, tantôt supérieur, tantôt inférieur au prix de la monnaie; et, en conséquence, il peut y avoir avantage pour le mineur à porter son métal tantôt au marché, tantôt à la Monnaie, et pour le changeur tantôt à fondre des écus, tantôt à faire monnayer des lingots. C'est ce qui se voit tous les jours dans le système de l'étalon unique et dans le système du double étalon. Sans doute, dans ce dernier cas, le rapport de  $15 \frac{1}{2}$ , imposé au métal monnaie par le législateur, s'impose au métal marchandise par le mécanisme de la libre concurrence, mais non pas immédiatement ni à

<sup>1</sup> Voyez *Silver vindicated*, p. 32 ou le *Journal des Economistes* de novembre 1876, p. 269.

toujours. *Supérieur* à 15 1/2, le rapport de la valeur de l'or marchandise à la valeur de l'argent marchandise n'est abaissé que par *démonétisation* d'or, et tant qu'il y a de l'or à démonétiser; après quoi, il se maintiendrait à 16, 17, 18... *Inférieur* à 15 1/2, le même rapport n'est élevé que par *démonétisation* d'argent et tant qu'il y a de l'argent à démonétiser; après quoi, il se maintiendrait à 15, 14, 13... M. Cernuschi nous affirme, à tort ou à raison, que la baisse actuelle de la valeur de l'argent est due à l'action de la loi, et non à celle de la nature; mais il ne peut songer sérieusement à nous garantir que cette dernière action ne s'exercera jamais. Il est donc essentiel qu'on sache bien ceci : c'est que, dans le système bimétallique, il peut survenir telle augmentation dans la quantité de l'argent qui entraînerait la démonétisation de la totalité de l'or et nous obligerait à faire nos gros paiements avec des sommes très lourdes, ou telle augmentation dans la quantité de l'or qui entraînerait la démonétisation de la totalité de l'argent et nous obligerait à faire nos petits paiements avec des pièces extrêmement minimes; c'est-à-dire que le système du double étalon sur la base du 15 1/2 légal, soit *local*, soit *universel*, n'est toujours, en définitive, que le système de l'étalon alternatif dans lequel le métal déprécié chasse plus ou moins le métal non déprécié de la circulation.

Peut-être n'est-ce là qu'un inconvénient tout théorique et fort éloigné. Et peut-être le système de M. Cernuschi aurait-il des avantages pratiques immédiats. C'est ce que je n'examinerai point ici. Je n'ai voulu, pour le moment, que bien préciser une question de principe et faire sentir par un exemple qui m'a paru saisissant à quelles confusions on restera livré en matière d'économie politique appliquée tant qu'on n'aura pas accepté la nécessité, un peu pénible, mais absolument inévitable, d'élaborer scientifiquement l'économie politique pure.

## II

### THÉORIE MATHÉMATIQUE DU BIMETALLISME <sup>1</sup>

Dans une *Note sur le 15 1/2 légal*, publiée par le *Journal des Économistes* dans son numéro de décembre 1876, j'ai indiqué comment on pourrait, si on le voulait, établir mathématiquement que, en fixant un rapport entre la valeur de l'or monnaie et la valeur de

<sup>1</sup> Extrait du *Journal des Économistes*, n° de mai 1881.

l'argent monnaie, l'État fixait par cela même indirectement le même rapport entre la valeur de l'or marchandise et la valeur de l'argent marchandise; mais que cette concordance, s'établissant et se maintenant soit par monnayage d'argent avec démonétisation d'or tant qu'il y avait de l'or à démonétiser, en cas d'excédent du premier rapport sur le second, soit par monnayage d'or avec démonétisation d'argent tant qu'il y avait de l'argent à démonétiser, en cas d'excédent du second rapport sur le premier, n'était assurée que dans certaines limites; et qu'en outre le résultat de la fixation du rapport de valeur entre les deux métaux monétaires pouvait être, suivant les cas, de n'en laisser qu'un seul dans la circulation.

Je fondais toute cette théorie sur le fait que « une marchandise seule peut être monnaie, » que « pour devenir monnaie, elle n'en demeure pas moins marchandise, et n'en a pas moins, comme telle, un prix déterminé par la loi de l'offre et de la demande, » et qu'enfin « ce prix peut être exceptionnellement et momentanément tantôt supérieur, tantôt inférieur au prix de la monnaie. »

M. Cernuschi, dans sa réponse, m'ayant nettement contesté ce point de départ, je crois devoir, dans les circonstances actuelles, le maintenir absolument et en démontrer rigoureusement les conséquences. Je n'ai pour cela qu'à résoudre le problème posé par moi dans ma note de 1876. Je le résoudrai, comme je l'ai posé, en me plaçant successivement dans l'hypothèse de l'étalon unique et dans l'hypothèse des deux étalons solidaires.

Soient (fig. 1 et 2) deux axes rectangulaires : un axe des prix  $O_p$  horizontal, et un axe des quantités  $O_q$  vertical. Et soit (A) une marchandise servant de monnaie, qui existe en quantité totale  $Q_a$ , et dont une quantité  $Q'_a$  est demeurée sous forme de marchandise pendant qu'une quantité  $Q''_a$  a été mise sous forme de monnaie.

J'ai expliqué dans mes *Éléments d'économie politique pure* (30<sup>e</sup> leçon) que la courbe de prix de (A) monnaie en une autre marchandise (B), en fonction de la quantité, était, si on néglige un terme négligeable, une hyperbole équilatère rapportée à ses asymptotes  $h''H'$  (fig. 1) dont l'équation est

$$q = \frac{H}{p},$$

c'est-à-dire une courbe telle que le produit de ses ordonnées, représentant les quantités de (A) monnaie, par ses abscisses, représentant les prix de (A) monnaie en (B), était constant et égal à l'importance  $H$  de la circulation à desservir exprimée en (B). Il n'y a là rien de nouveau, et c'est une chose admise par les économistes



les plus autorisés que le prix de la monnaie est égal au rapport de l'importance de la circulation à desservir à la quantité de cette monnaie et réciproquement.

J'ai également expliqué dans mes *Eléments* (26<sup>e</sup> et 50<sup>e</sup> leçons) que la courbe de prix de (A) marchandise en (B), en fonction de la quantité, était une courbe  $A_4 A_7$  (fig. 2) dont l'équation est

$$q = F_4(p),$$

c'est-à-dire une courbe telle que, la quantité de (A) allant toujours en diminuant depuis une quantité représentée par la longueur  $OA_4$ , et qui est celle nécessaire pour la satisfaction de tous les besoins à discrétion, jusqu'à zéro, le prix de (A) va toujours en augmentant depuis zéro jusqu'à un prix, infini ou non, représenté, par la longueur  $OA_7$ . Cette courbe n'est pas plus nouvelle que la précédente, et M. Cournot, qui l'a posée le premier, s'en est utilement servi dans ses *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*.

Cela posé, j'ai démontré dans la 30<sup>e</sup> leçon de mes *Eléments*, et il est bien facile de comprendre, que la courbe de prix en (B) de (A) considérée à la fois comme marchandise et comme monnaie, en fonction de la quantité, est une courbe passant par le point G (fig. 2), dont l'équation est

$$q = F_4(p) + \frac{H}{p}$$

et qui s'obtient graphiquement en superposant, pour toutes les abscisses, les ordonnées de la courbe  $k''Hk'$  aux ordonnées de la courbe  $A_4A_7$ . En effet, cette construction effectuée, soit OA une longueur représentant la quantité totale de (A),  $Q_4$ ; si on mène l'horizontale AG jusqu'à la rencontre de la courbe supérieure, et que, du point G, on abaisse la perpendiculaire GP, on aura, dans l'abscisse OP, la représentation du prix  $P_4$  de (A) marchandise et monnaie correspondant à la quantité  $Q_4$ . Et de plus, on aura, dans les longueurs  $On = PF$  et  $aA = FG$ , la représentation des quantités respectives  $Q'_4$  et  $Q''_4$  de (A) marchandise et de (A) monnaie alors qu'il ne se fait aucune transformation de (A) marchandise en (A) monnaie ni de (A) monnaie en (A) marchandise.

Si, au lieu de partager la quantité  $Q_4$  en  $Q'_4$  et en  $Q''_4$ , comme il a été fait ci-dessus, on l'avait partagée au hasard en deux quantités représentées l'une par  $Oa' > Oa$  et l'autre par  $a'A = Oa' < Oa$ , le prix de (A) marchandise aurait été représenté par  $Op' < OP$ , et le prix de (A) monnaie par  $Op' > OP$ , et l'on transformerait de la marchandise en monnaie, ce qui diminuerait  $Oa'$ , augmenterait  $Oa'$ , et, par conséquent, augmenterait  $Op'$  et diminuerait  $Op'$ . Et si on avait partagé au hasard la quantité  $Q_4$  en deux quantités repré-

sentées l'une par  $Oa'' < Oa$  et l'autre par  $a''A = Oa'' > Oa$ , le prix de (A) marchandise aurait été représenté par  $Op'' > OP$ , et le prix de (A) monnaie par  $Op'' < OP$ , et l'on transformerait de la monnaie en marchandise, ce qui augmenterait  $Oa''$ , diminuerait  $Oa''$ , et, par conséquent, diminuerait  $Op''$  et augmenterait  $Op''$ . Notre construction fournit donc exactement la solution du problème de la détermination : 1<sup>o</sup> du prix de la marchandise monnaie (A), 2<sup>o</sup> de la quantité de (A) marchandise, et 3<sup>o</sup> de la quantité de (A) monnaie, telle qu'elle se fait, dans la réalité, par des tâtonnements que représentent très bien les figures 1 et 2.

Ainsi : — Dans le cas d'un étalon unique, le prix commun et identique en une autre marchandise quelconque de la marchandise monnaie comme marchandise et comme monnaie s'établit par monnayage ou par démonétisation selon que le prix de la monnaie est supérieur au prix de la marchandise ou réciproquement.

Les deux courbes  $k''Hk'$ ,  $A_4 A_7$ , et la longueur OA, étant ainsi les éléments de l'établissement du prix de la marchandise monnaie et de la détermination des quantités respectives de marchandise et de monnaie, sont aussi, par cela même, les éléments de variation de ce prix et de ces quantités. Il suffirait donc d'examiner successivement les effets des déplacements des courbes  $k''Hk'$ ,  $A_4 A_7$ , et les effets des changements de la longueur OA pour se rendre compte de tous les phénomènes de variation du prix de la marchandise monnaie et des quantités respectives de marchandise et de monnaie. Par exemple, la courbe  $k''Hk'$  s'éloigne ou se rapproche de l'origine O suivant l'augmentation ou la diminution de l'importance de la circulation à desservir; la courbe  $A_4 A_7$  s'éloigne ou se rapproche de l'origine O suivant l'augmentation ou la diminution de l'utilité de (A) comme marchandise. Or, suivant que ces deux courbes s'éloignent ou se rapprochent de l'origine, le prix de (A) augmente ou diminue. Donc ce prix augmente ou diminue avec l'augmentation ou la diminution de l'importance de la circulation à desservir et de l'utilité de la marchandise. Quant à la longueur OA, elle augmente ou diminue avec l'augmentation ou la diminution de la quantité de (A). Or, suivant que cette longueur augmente ou diminue, le prix de (A) diminue ou augmente. Donc ce prix diminue ou augmente avec l'augmentation ou la diminution de la quantité de la marchandise.

La construction géométrique ci-dessus correspond à la résolution algébrique des trois équations

$$Q_4 = Q'_4 + Q''_4 \quad Q'_4 = F_4(P_4) \quad Q''_4 = \frac{H}{P_4}$$

en vue de la détermination des trois inconnues  $P_4$ ,  $Q'_4$  et  $Q''_4$ .

Ainsi, comme je le disais dans ma *Note sur le 15 1/2 légal*, il y a bien, dans ce cas, 3 équations pour déterminer 3 inconnues.

Soient, à présent, (A) et (O) deux marchandises employées concurremment comme monnaie; soient  $Q_a$  et  $Q_o$  leurs quantités totales respectives,  $Q'_a$  et  $Q'_o$  les quantités demeurées sous forme de marchandise,  $Q''_a$  et  $Q''_o$  les quantités mises sous forme de monnaie. Soient  $P_a$  et  $P_o$  leurs prix en une troisième marchandise quelconque (B). On a, comme je le disais dans la même note, pour déterminer ces 6 inconnues, les 5 équations :

$$Q'_a P_a + Q''_o P_o = H \quad [1]$$

exprimant que la quantité de monnaie (A) et la quantité de monnaie (O) desservent ensemble la circulation;

$$Q'_a = F_a(P_a) \quad [2] \quad Q'_o = F_o(P_o) \quad [3]$$

exprimant comment les prix de (A) marchandise et de (O) marchandise résultent des quantités de (A) marchandise et de (O) marchandise;

$$Q_a = Q'_a + Q''_a \quad [4] \quad Q_o = Q'_o + Q''_o \quad [5]$$

exprimant que les quantités totales de (A) et de (O) sont égales aux sommes des quantités de (A) marchandise et de (A) monnaie et des quantités de (O) marchandise et de (O) monnaie.

Et l'on peut, si l'on veut, pour achever de déterminer le problème, poser l'équation

$$P_o = \omega P_a \quad [6]$$

fixant un rapport de valeur entre  $P_a$  et  $P_o$ . C'est ce qui a lieu quand l'Etat déclare que 1 de (O) et  $\omega$  de (A) équivaudront l'un à l'autre dans les paiements.

Portant la valeur de  $P_o$ , tirée de l'équation [6], dans les équations [1] et [3], puis les valeurs de  $Q_a$  et  $Q'_o$ , tirées des équations [2] et [3] modifiée, dans les équations [4] et [5], il vient

$$Q_a = F_a(P_a) + Q''_a \quad Q_o = F_o(\omega P_a) + Q''_o,$$

soit

$$Q''_a = Q_a - F_a(P_a) \quad Q''_o = Q_o - F_o(\omega P_a).$$

Portant ces valeurs de  $Q''_a$  et  $Q''_o$  dans l'équation [1] modifiée, il vient

$$[Q_a - F_a(P_a)] P_a + [Q_o - F_o(\omega P_a)] \omega P_a = H,$$

soit

$$Q_a + \omega Q_o = F_a(P_a) + \frac{H}{P_a} + \omega F_o(\omega P_a),$$

équation d'où l'on peut tirer  $P_a$ , et susceptible d'une résolution géométrique très simple.

Soient (fig. 3, 4 et 5) deux axes rectangulaires : un axe des prix  $O_p$  horizontal, et un axe des quantités  $O_q$  vertical.

Soit la courbe passant au point H (fig. 3) l'hyperbole équilatère rapportée à ses asymptotes dont l'équation est

$$q = \frac{H}{p};$$

soit  $A_q A_p$  (fig. 4) la courbe de prix de (A) marchandise en (B), en fonction de la quantité, dont l'équation est

$$q = F_a(p);$$

et soit  $O_q O_p$  (fig. 5) la courbe de prix de (O) marchandise en (B), en fonction de la quantité, dont l'équation est

$$q = F_o(p).$$

Je fais subir à cette dernière la transformation suivante. Je porte, à partir de l'origine  $O$ , sur l'axe horizontal, des abscisses 1.5, 2, 2.5, 3... égales au  $\frac{1}{\omega}$  des abscisses 15, 20, 25, 30... ( $\omega$  dans la figure est égal à 10). Et, sur des parallèles à l'axe vertical menées par les extrémités des premières abscisses, je porte, à partir de l'axe horizontal, des ordonnées  $O'_q, q', q'', q''', \dots$  égales à  $\omega$  fois les ordonnées  $r, r', r'', r''', \dots$ . J'obtiens ainsi la courbe  $O'_q O'_p$  dont l'équation est

$$q = \omega F_o(\omega p).$$

Cette transformation s'expliquera tout de suite si l'on considère que, dans le système du rapport fixe des valeurs entre (A) et (O), 1 de (O) peut être remplacé par  $\omega$  de (A) à un prix  $\omega$  fois moindre. La courbe  $O'_q O'_p$  est donc en quelque sorte la courbe de prix de (O) sous forme de (A).

Ces préliminaires terminés, la résolution géométrique de l'équation

$$Q_a + \omega Q_o = F_a(P_a) + \frac{H}{P_a} + \omega F_o(\omega P_a)$$

se fait ainsi. Je superpose graphiquement, pour toutes les abscisses, les ordonnées de la courbe passant au point H (fig. 3) aux ordonnées de la courbe  $A_q A_p$  (fig. 4); et j'obtiens ainsi la courbe  $\mu K m''$  dont l'équation est

$$q = F_a(p) + \frac{H}{p}.$$

Je superpose ensuite graphiquement, pour toutes les abscisses, les ordonnées de la courbe  $O'_q O'_p$  (fig. 5) aux ordonnées de la courbe  $\mu K m''$  (fig. 4), et j'obtiens ainsi la courbe  $\nu N m'$  dont l'équation est

$$q = F_a(p) + \frac{H}{p} + \omega F_o(\omega p).$$

Alors, soit OA une longueur représentant la quantité totale de (A),  $Q_a$ , et AB une longueur représentant  $\omega$  fois la quantité totale de (O),  $\omega Q_o$ , si on mène l'horizontale BN jusqu'à la rencontre de la courbe supérieure, et que, du point N, on abaisse la perpendiculaire NP, on aura, dans l'abscisse OP, la représentation du prix  $P_a$  de (A) marchandise et monnaie correspondant à la quantité  $Q_a$ . Et, de plus, on aura, dans les longueurs PI et IM, la représentation des quantités respectives  $Q'_a$  et  $Q''_a$  de (A) marchandise et de (A) monnaie, alors qu'il ne se fait aucune transformation de (A) marchandise en (A) monnaie, ni de (A) monnaie en (A) marchandise. En outre, on aura, dans l'abscisse 50 (fig. 5) =  $\omega$ OP (fig. 4), la représentation du prix  $P_o$  de (O) marchandise et monnaie correspondant à la quantité  $Q_o$ . Et, de plus, on aura, dans les longueurs NK et KM, la représentation des quantités respectives  $\omega Q'_o$  et  $\omega Q''_o$  de (O) marchandise et de (O) monnaie, alors qu'il ne se fait non plus aucune transformation de (O) marchandise en (O) monnaie, ni de (O) monnaie en (O) marchandise. On démontrerait, exactement comme dans le cas de l'étalon unique, que si, au lieu de partager les quantités  $Q_a$  et  $Q_o$  en  $Q'_a$  et  $Q''_a$  et en  $Q'_o$  et  $Q''_o$ , comme il a été fait ci-dessus, on les avait partagées au hasard en des quantités différentes, il y aurait eu, selon les cas, transformation de (A) marchandise en (A) monnaie ou de (A) monnaie en (A) marchandise, et transformation de (O) marchandise en (O) monnaie ou de (O) monnaie en (O) marchandise. Il suffirait, pour cela, de supposer les trois parties de la longueur PN différentes de PI, IK et KN et différemment placées entre l'axe  $O_P$  et les trois courbes  $A_1A_P$ ,  $\pi'Km''$ , et  $\sqrt{Na''}$ . Je m'abstiens de répéter cette démonstration afin d'abréger et pour ne pas compliquer la figure qui doit me servir à démontrer autre chose.

Ainsi : — Dans le cas de deux étalons solidaires, comme dans le cas d'un étalon unique, le prix commun et identique en une autre marchandise quelconque de chacune des deux marchandises monnaies comme marchandise et comme monnaie s'établit par monnayage ou par démonétisation selon que le prix de la monnaie est supérieur au prix de la marchandise ou réciproquement.

Les trois courbes  $H$ ,  $A_1A_P$ ,  $O_1O_P$ , les longueurs OA, AB, et le rapport  $\omega$ , étant ainsi les éléments de l'établissement du prix des deux marchandises monnaies et de la détermination des quantités respectives de marchandise et de monnaie, sont aussi, par cela même, les éléments de variation de ces prix et de ces quantités. Ici encore, il suffirait donc d'examiner successivement les effets des déplacements des courbes  $H$ ,  $A_1A_P$ ,  $O_1O_P$ , et les effets des

changements des longueurs OA, AB, et du rapport  $\omega$  pour se rendre compte de tous les phénomènes de variation du prix des deux marchandises monnaies et des quantités respectives de marchandise et de monnaie. Et en comparant les résultats de cette étude faite dans le cas de deux étalons solidaires avec les résultats de la même étude faite dans le cas d'un étalon unique on pourrait se prononcer en toute connaissance de cause sur les mérites respectifs du monométallisme et du bimétallisme au point de vue de la plus grande fixité possible de valeur du numéraire et de la monnaie. J'étudierai seulement ici les effets des changements des longueurs OA et AB correspondant aux changements des quantités  $Q_a$  et  $Q_o$ .

Supposons d'abord que  $Q_a$  représenté par OA demeurant constant,  $Q_o$  représenté par  $\frac{MN}{\omega}$  augmente jusqu'à une quantité représentée par  $\frac{m'n'}{\omega}$ , ou diminue jusqu'à une quantité représentée par  $\frac{m''n''}{\omega}$ . La figure 4 montre que, dans le premier cas, la quantité totale d'argent représentée par  $p'm'$  serait marchandise, et que la circulation monétaire serait exclusivement desservie par l'or, tandis que, dans le second cas, la quantité totale de l'or représentée par  $\frac{m''n''}{\omega}$  serait marchandise, et que la circulation monétaire serait exclusivement desservie par l'argent. Elle montre aussi que, si  $Q_o$  augmentait jusqu'à une quantité supérieure à  $\frac{m'n'}{\omega}$ , ou diminuait jusqu'à une quantité inférieure à  $\frac{m'n'}{\omega}$ , le prix de l'argent restant égal à  $p'$  ou à  $p''$ , tandis que le prix de l'or deviendrait inférieur à  $p'$  ou supérieur à  $p''$ , le rapport de la valeur de l'or marchandise à celle de l'argent marchandise serait inférieur à  $\omega$  dans le premier cas et supérieur dans le second.

A présent supposons que  $Q_o$  représenté par  $\frac{MN}{\omega} = \frac{p'u'}{\omega} = \frac{p''u''}{\omega}$  demeurant constant,  $Q_a$  représenté par PM augmente jusqu'à une quantité représentée par  $\pi'p'$  ou diminue jusqu'à une quantité représentée par  $\pi''p''$ . La figure montre que, dans le premier cas, la quantité totale de l'or représentée par  $\frac{p'u'}{\omega}$  serait marchandise, et que la circulation monétaire serait exclusivement desservie par l'argent, tandis que, dans le second cas, la quantité totale de l'argent représentée par  $\pi''p''$  serait marchandise, et que la circulation

monétaire serait exclusivement desservie par l'or. Elle montre aussi que, si  $Q_0$  augmentait jusqu'à une quantité supérieure à  $\pi''$ , ou diminuait jusqu'à une quantité inférieure à  $\pi''$ , le prix de l'or restant égal à  $\pi$  ou à  $\pi''$ , tandis que le prix de l'argent deviendrait inférieur à  $\pi$  ou supérieur à  $\pi''$ , le rapport de la valeur de l'or marchandise à celle de l'argent marchandise serait supérieur à « dans le premier cas et inférieur dans le second.

En voilà, je pense, assez pour montrer combien cette question du monométallisme et du bimétallisme n'a encore été que superficiellement étudiée, et pour mettre sur la voie les esprits qui voudront en faire une étude plus approfondie. Il faut absolument que du côté des économistes on renonce à objecter à M. Cernuschi pour toute réponse « qu'il est aussi difficile à l'Etat de maintenir un rapport fixe entre la valeur de l'or et la valeur de l'argent qu'entre la valeur du blé et celle du seigle. » Il est très facile à l'Etat de maintenir un rapport fixe entre la valeur de l'or monnaie et la valeur de l'argent monnaie, et ce rapport, une fois institué, tend indirectement à s'établir entre la valeur de l'or marchandise et celle de l'argent marchandise. Mais il faut aussi que M. Cernuschi renonce à contester « que le métal monétaire puisse changer de valeur en changeant de forme » et à soutenir « qu'il y a identité constante entre la valeur du métal lingot, la valeur du métal numéraire, la valeur du métal bijou. » Cette identité de la valeur du métal marchandise et du métal monnaie, bien loin d'être constante, ne se maintient que par monnayage ou démonétisation de métal et cesse d'exister quand il n'y a plus de métal à démonétiser.

Au point de vue théorique, la méthode mathématique qui a été appliquée plus haut montre donc avec la dernière certitude que, comme je le disais dans ma note de 1876, « le système du double étalon n'est toujours que le système de l'étalon alternatif dans lequel le métal déprécié chasse plus ou moins le métal non déprécié de la circulation. » Je persiste à réserver d'abord la question de savoir si, même théoriquement, cet inconvénient n'est pas compensé par quelque avantage. Et je persiste également à réserver le point de vue pratique. Et pourtant, à ce dernier point de vue, je me permettrai de faire observer que les formules employées dans le présent travail, outre qu'elles éclairaient le principe du bimétallisme, pourraient fournir le moyen de se rendre compte des résultats d'une application de ce système aux circonstances actuelles. Qu'aux fonctions ou courbes ci-dessus, arbitraires et indéterminées, on substitue, en tout ou partie, grâce à des données statistiques, des fonctions ou courbes à coefficients concrets, on pourra calculer approximativement les effets réels qu'aurait la

reprise du monnayage de l'argent sur le pied du rapport de 15 1/2 ou de tout autre rapport légal entre la valeur de l'or monnaie et celle de l'argent monnaie. A vrai dire, ce devrait être précisément la tâche du congrès monétaire réuni en ce moment à Paris. On se propose, par l'adoption du 15 1/2 universel, de retirer du marché une quantité considérable d'argent marchandise pour la jeter dans la circulation sous forme d'argent monnaie. Cette opération aura pour effet de relever considérablement la valeur de l'argent marchandise ; mais elle aura aussi pour effet d'abaisser considérablement la valeur de l'or et de l'argent monnaie et d'amener la transformation d'une quantité considérable d'or monnaie en or marchandise. C'est ce que la figure 4 fait en quelque sorte toucher du doigt. Supposons que, dans le pays auquel se rapporte cette figure, une augmentation de la quantité d'argent ayant eu lieu après l'établissement de l'équilibre, on ait empêché les effets naturels et nécessaires du rapport légal par la suspension du monnayage de l'argent. En ce cas, la quantité de l'argent monnaie demeurant représentée par IM, et son prix demeurant représenté par OP, la quantité de l'argent marchandise sera représentée par P'I', et son prix sera représenté par OP'. Qu'alors on reprenne le monnayage de l'argent, les effets du rapport légal se produiront par la superposition des deux lignes P'I' et IN et par le placement de la ligne totale en  $\pi''$ , entre les points P et P'. Il est évident que, dans cette combinaison, le monnayage d'une certaine quantité d'argent aura pour contre-partie la démonétisation d'une certaine quantité d'or, et que le relèvement du prix de l'argent marchandise de OP' à Or' aura pour contre-partie l'abaissement du prix de l'argent monnaie de OP à Or'. Si des chiffres concrets étaient propres à faire encore mieux saisir l'enchaînement des phénomènes, voici quels seraient ceux relatifs à notre pays et à notre figure. A l'état d'équilibre résultant du rapport légal « = 10, la quantité totale d'argent, OA = PM = 5 milliards de demi-décagrammes, se partage en PI = 2 milliards d'argent marchandise et IM = 3 milliards d'argent monnaie ; et la quantité totale d'or, AB = NM  
 $\frac{10}{10} = \frac{NM}{10} = 433$  millions de demi-décagrammes, se partage en  
MK  
 $\frac{10}{10} = 100$  millions d'or monnaie et  $\frac{KN}{10} = 333$  millions d'or marchandise. Le prix de l'argent en blé est de 5 livres, celui de l'or est de 50 livres le demi-décagramme. Autrement dit, le blé vaut 0 fr. 20 la livre. La quantité totale d'argent augmentant alors de 2 milliards, et le monnayage de l'argent étant suspendu, la quan-

tité d'argent marchandise serait portée de 2 à 4 milliards; en conséquence de quoi, le prix tomberait de 5 à 1 l. 66 de blé le demi-décagramme. On pourrait alors acheter 1 d'argent marchan-

dise avec  $0.33 = \frac{1.66}{5}$  d'argent monnaie. Le monnayage de l'argent

venant à être repris, 2 milliards 166 millions d'argent resteraient à l'état de marchandise, 1 milliard 823 millions passeraient à l'état de monnaie; et, par contre, les 100 millions d'or monnaie seraient transformés en or marchandise. Le prix de l'argent marchandise serait élevé de 1 l. 66 à 4 l. 33; et, par contre, le prix de l'argent monnaie serait abaissé de 5 livres à 4 l. 33, et le prix de l'or marchandise et monnaie de 50 livres à 43 l. 33 de blé le demi-déca-

gramme. En d'autres termes, le blé vaudrait alors  $\frac{1 \text{ franc}}{4.33} = 0 \text{ fr. } 23$

la livre. On voit qu'il y aurait eu une hausse de 15 0/0 sur le prix de toutes les marchandises. La reprise du monnayage de l'argent qu'on prépare aura des effets analogues, et il ne serait peut-être pas superflu de mesurer à peu près la hausse des prix qui se produira et la quantité d'or qui restera dans la circulation une fois l'opération effectuée. Si le bénéfice à réaliser par la Banque d'Allemagne qui est un gros détenteur d'argent, par la Banque de France et par le gouvernement des Etats-Unis qui sont de gros débiteurs et qui aimeraient mieux payer en argent qu'en or, par le gouvernement anglais qui est un gros négociateur de traites sur les Indes payables en argent, devait être obtenu trop au détriment de tous les créanciers, de tous les propriétaires fonciers, travailleurs, fonctionnaires publics, capitalistes, rentiers, dont les fermages, salaires, traitements, intérêts, arrérages, ont été fixés d'après la valeur actuelle de la monnaie, trop au détriment de tous les consommateurs qui vont voir s'élever le prix de toutes les marchandises, il ne vaudrait pas la peine d'instituer un soi-disant bimétallisme qui ne serait peut-être, en définitive, qu'un monométallisme-argent. Mais il est bien douteux que la statistique, plus que l'économie politique, permette encore de réduire ainsi la part du hasard au profit de la part du calcul dans la politique monétaire.

**REDUCTION  
RATIO  
14:1**



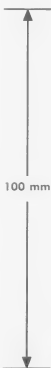
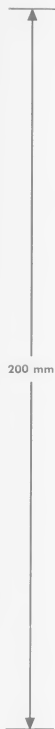
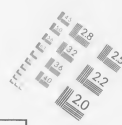
2.5 mm  
ABCDEF GHIJ KLMNOPQRSTU VWXYZ  
abcde fghij klmnopq rstuvwxyz  
1234567890

2.0 mm  
ABCDEF GHIJ KLMNOPQRSTU VWXYZ  
abcde fghij klmnopq rstuvwxyz 1234567890

1.5 mm  
ABCDEF GHIJ KLMNOPQRSTU VWXYZ  
abcde fghij klmnopq rstuvwxyz 1234567890



# PM-MGP METRIC GENERAL PURPOSE TARGET PHOTOGRAPHIC



ABCDEF GHIJ KLMNOPQRSTU VWXYZ  
abcde fghij klmnopq rstuvwxyz  
1234567890

2.5 mm

1.0 mm

1.5 mm

2.0 mm

A5

A4

A3

## PRECISION<sup>SM</sup> RESOLUTION TARGETS



A&P International  
2715 Upper Alton Road, St. Paul, MN 55119-4760  
612/736-9329 FAX 612/736-1436

ABCDEF GHIJ KLMNOPQRSTU VWXYZ  
abcde fghij klmnopq rstuvwxyz  
1234567890

4.5 mm

3.5 mm

3.0 mm

ABCDEF GHIJ KLMNOPQRSTU VWXYZ  
abcde fghij klmnopq rstuvwxyz 1234567890

ABCDEF GHIJ KLMNOPQRSTU VWXYZ  
abcde fghij klmnopq rstuvwxyz 1234567890







**REDUCTION  
RATIO  
12:1**

1234567890

2.0 mm

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ  
abcdefghijklmnopqrstuvwxyz1234567890

1.5 mm

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ  
abcdefghijklmnopqrstuvwxyz1234567890

PM-MGP  
METRIC GENERAL PURPOSE TARGET  
PHOTOGRAPHIC

100 mm

A5

A4

A3

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ  
 abcdefghijklmnopqrstuvwxyz  
 1234567890

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ  
abcdefghijklmnopqrstuvwxyz  
1234567890

1.0 mm	
1.5 mm	
2.0 mm	
2.5 mm	

## PRECISION<sup>SM</sup> RESOLUTION TARGETS



A&amp;P International

612/738-9329 FAX 612/738-1496

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ  
abcdefghijklmnopqrstuvwxyz  
1234567890

4.5 mm

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ  
abcdefghijklmnopqrstuvwxyz1234567890

3.5 mm



Fig. 3.

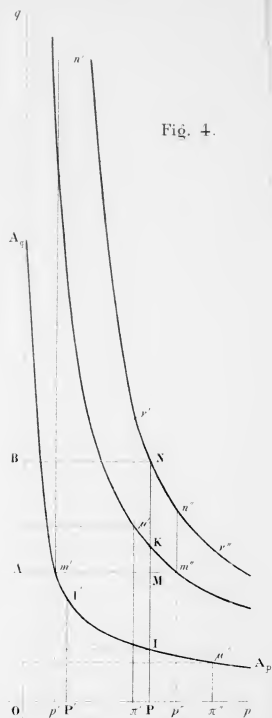


Fig. 4.

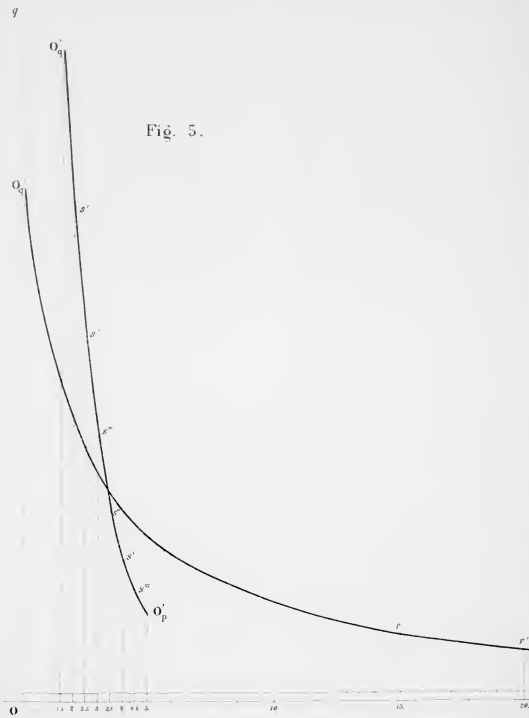


Fig. 5.

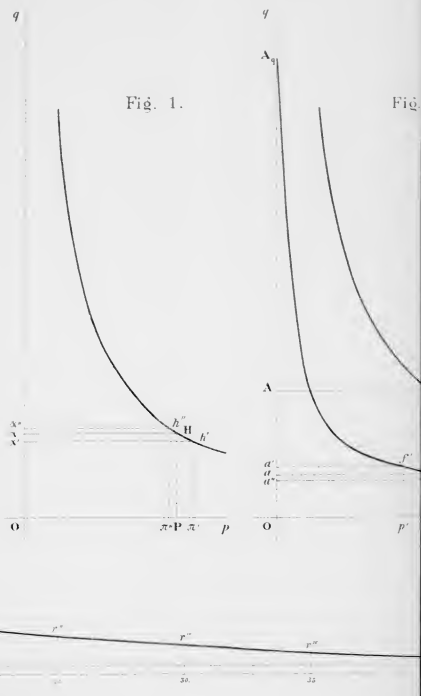
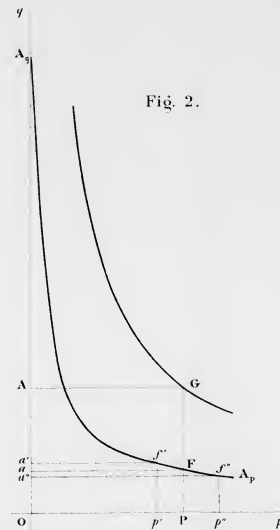
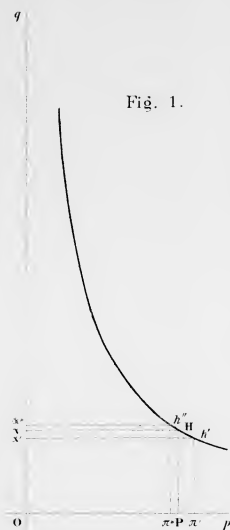
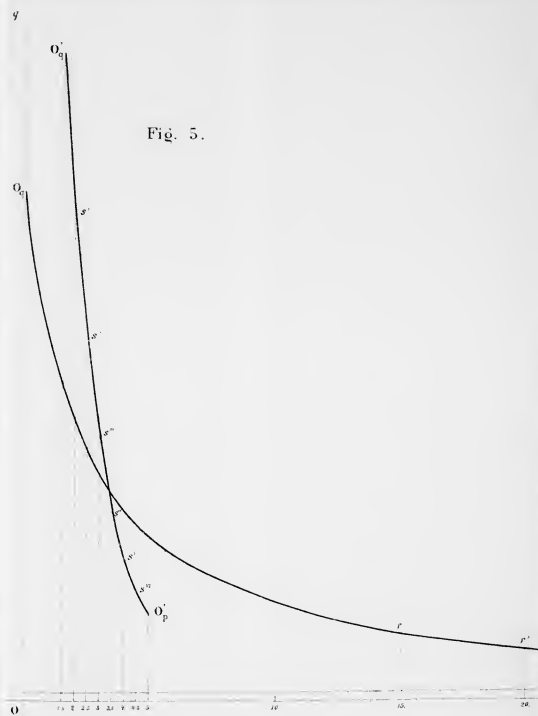


Fig. 1.

Fig.



Librairie GUILLAUMIN et C<sup>ie</sup>, 10, rue de la Harpe, Paris.

## LE JOURNAL DES ÉCONOMISTES

REVUE DE LA SCIENCE ÉCONOMIQUE ET DE LA STATISTIQUE

Paraît le 15 de chaque mois par livraisons de dix à douze feuilles (160 à 192 pages), format grand in-8, dit grand raisin, renfermant la matière d'un volume in-8 ordinaire.

Chaque trimestre forme un volume et l'Année entière quatre beaux volumes.

CONDITIONS DE L'ABONNEMENT :

46 francs par an et 19 francs pour six mois pour toute la France et l'Algérie.

38 francs par an et 20 fr. pour six mois pour : Allemagne, Autriche, Belgique, Danemark, Espagne, Grande-Bretagne, Finlande, Grèce, Hongrie, Italie, Luxembourg, Malte, Monténégro, Norvège, Pays-Bas, Portugal, y compris Madère et les Açores, Roumanie, Russie, Serbie, Suède, Suisse, Turquie, Egypte, Tanger, Tunis.

10 francs par an et 21 pour six mois pour : *Etats-Unis, Canada, Colonies françaises (Guadeloupe, Martinique, Guyane, Sénégal, Ile de la Réunion, Etablissement français dans l'Inde).*

**12 francs** par an et **22 francs** pour six mois pour : Brésil, Chine, Confédération argentine, Émirats arabes unis, Émirat de Trarza, Émirat d'Oman, Émirat de Mascate, Émirat de Doha, Émirat de Bahreïn, Émirat de Ras al Khaima, Cuba, Haïti, Indes-Orientales, Japon, Mexique, Pérou, Nouvelle Grenade, Paraguay, Uruguay, Vénézuéla.

36 francs par an et 24 francs pour six mois pour : *Australie, Bolivie, Chili, Equateur, Etats de l'Amérique du Centre : Costa-Rica, Guatemala, Honduras, Nicaragua, San Salvador.*

Pour s'abonner, envoyer un mandat sur la poste ou sur une maison de Paris.

Les abonnements partent de janvier ou de juillet.

On ne fait pas d'abonnement pour moins de six mois.

**Chaque numéro séparément, 3 francs 50.**

## COLLECTIONS ET TABLES :

Le prix de la 1<sup>re</sup> série, comprenant les 12 années de 1842 à 1853 inclus, et formant 37 volumes grand in-8, est de 366 francs.

Le prix de la 2<sup>e</sup> série, comprenant les 12 années de 1854 à 1865 inclus, et formant 48 volumes grand in-8, est de 432 francs.

Le prix de la 3<sup>e</sup> série, comprenant les 12 années de 1866 à 1877 inclus, et formant 48 volumes grand in-8, est de 432 francs.

Le prix total de la **Collection**, formant, à la fin de 1886, 145 volumes grand in-8, est donc de 1333 francs. La **Collection** forme, à elle seule, une *Bibliothèque* facile à consulter à l'aide de **TABLES** analytiques et détaillées.

La librairie GUILLAUMIN ne possède plus qu'un très petit nombre de Collections complètes de chacune des deux séries, qui se vendent séparément.

ON TROUVE A LA LIBRAIRIE GUILLAUMIN ET C<sup>o</sup>

Les **TRAITÉS GÉNÉRAUX**, les **TRAITÉS ÉLÉMENTAIRES** et les ouvrages de théorie relatifs à l'économie sociale ou politique ou industrielle ;

Les TRAITÉS SPÉCIAUX, aux MONOGRAPHIES et un grand nombre d'écrits sur les diverses questions relatives à l'ÉCONOMIE POLITIQUE ou SOCIALE, à la STATISTIQUE, aux FINANCES, à la POPULATION, au PAUPÉRISME, à l'ESCLAVAGE, à l'ÉMIGRATION ou COMMERCE, aux DOUANES, aux TARIFS, au CALCUL, à la COMPTABILITÉ, aux CHANGES, au DROIT, aux DENES, au DROIT ADMINISTRATIF, au DROIT COMMERCIAL et au DROIT INDUSTRIEL, les DOCUMENTS STATISTIQUES et autres : Tableaux de douanes, Étiquettes, Tarifs, etc.

Paris. — A. PARENT, rapp. de la Fac. de m<sup>d</sup>ec., rue M.-le-Prince, 34

A. DAVY, successeur.

32153

END OF  
TITLE